

ریاضی پایه - ۲۰ سوال - ۳۰ دقیقه:

۱- اگر نمودار تابع f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم، سپس ۳ واحد به سمت راست انتقال دهیم و طول نقاط را دو برابر کنیم، به کدام گزینه می‌رسیم؟

(۱) $y = -f(-2x - 3)$ (۲) $y = -f(6 - \frac{x}{2})$ (۳) $y = -f(3 - 2x)$ (۴) $y = -f(3 - \frac{x}{2})$

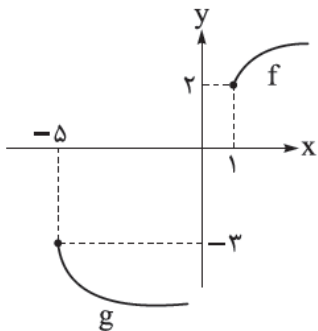
۲- توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ فقط به کمک قرینه‌یابی و انتقال به هم تبدیل شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $g(x) + f(x + 6) = -1$

(۲) $g(x - 6) + 2 = f(x)$

(۳) $g(-x) + 5 = f(x)$

(۴) $f(x - 6) - g(x) = 5$



۳- با فرض آن که $D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-4, 2]$ ، اگر دامنه و برد تابع $g(x) = a - f(1 - \frac{x}{2})$ فقط یک عضو مشترک داشته باشند، مقدار a کدام است؟

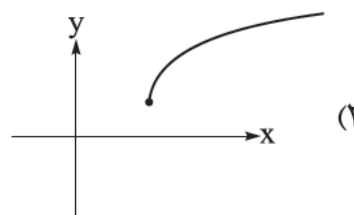
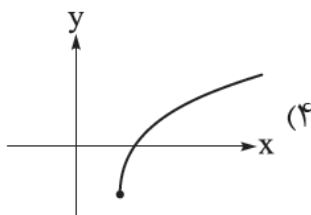
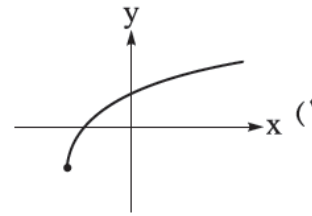
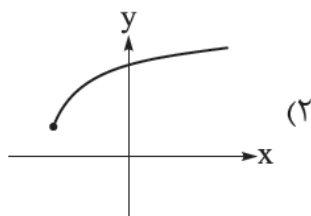
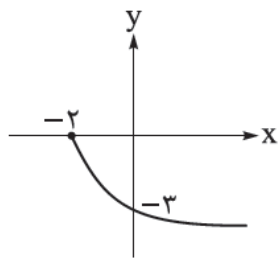
(۱) ± 6 (۲) ± 4 (۳) ± 2 (۴) صفر

۴- f تابعی وارون‌پذیر است و $A(2, 3)$ روی نمودار f قرار دارد. A' روی نمودار $y = 2 - 3f^{-1}(2x)$ متناظر با نقطه A است. به همین ترتیب A'' نیز نقطه متناظر با A است که روی وارون تابع $y = 2 - 3f(2x)$ قرار گرفته است؛ فاصله A' تا A'' چه قدر است؟

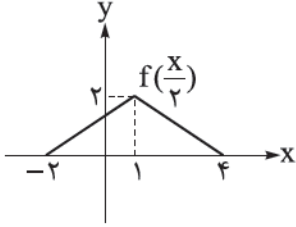
(۱) $\frac{\sqrt{395}}{2}$ (۲) $\frac{17}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{389}}{2}$ (۴) صفر

۵- نمودار تابع $f(x) = -\sqrt{ax + b}$ به صورت شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 2a - f(x - b)$

به کدام صورت است؟



۶- نمودار $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ به صورت شکل زیر است. مساحتی که نمودار تابع $g(x) = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$ با محور x ‌ها می‌سازد، چه عددی است؟

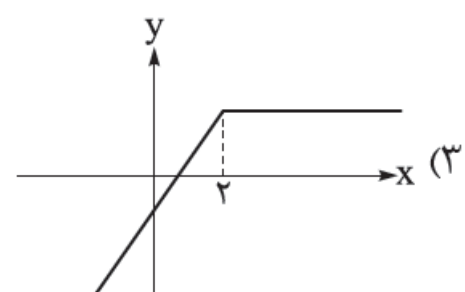
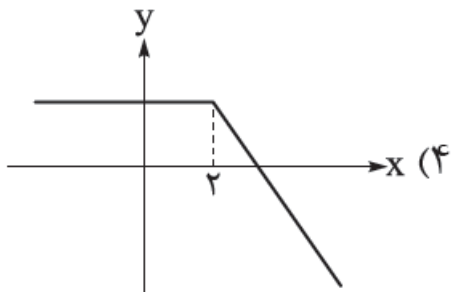
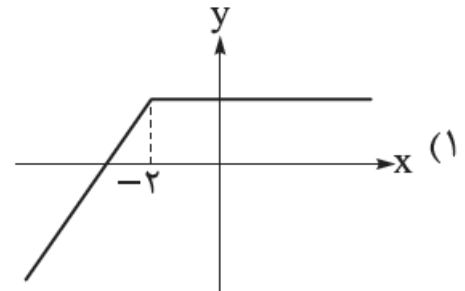
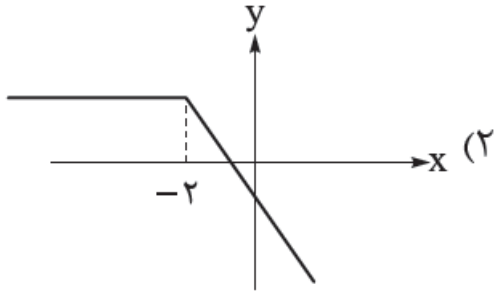


- (۱) ۶
(۲) ۲۴
(۳) ۱۲
(۴) ۹

۷- نمودار تابع $f(x) = 2 - \sqrt{4-x}$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس نسبت به مبدأ مختصات آن را قرینه می‌کنیم. نمودار به دست آمده خط $y = 5$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -۵
(۲) ۱
(۳) ۳
(۴) -۲

۸- نمودار $y = f(x)$ به کدام صورت باشد تا $g(x) = -f(2 - |x|)$ با دامنه \mathbb{R} تابعی ثابت باشد؟



۹- تابع $f = \{(-1, 5), (2, 5), (5, -1), (1, 2)\}$ مفروض است. به ازای چند مقدار a رابطه $f(a) = f(4 - f(a))$ برقرار است؟

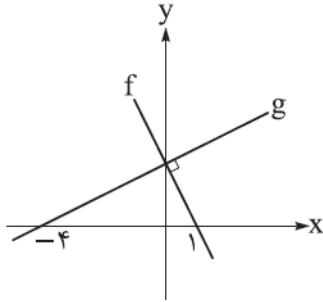
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۰- دامنه تابع $y = \sqrt{(x-m)^2(-x^2-x+6)}$ شامل هفت عدد صحیح متوالی است. حاصل جمع جواب‌های ممکن

برای m کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۱۱- نمودار توابع f و g به صورت زیر است. اگر تابع $y = k + (f + 6g)(x)$ همانی باشد، k کدام است؟

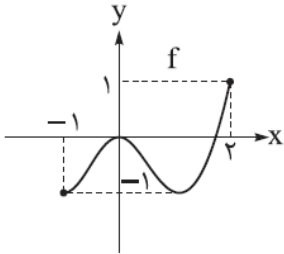


- (۱) -۸
- (۲) -۱۰
- (۳) -۱۲
- (۴) -۱۴

۱۲- دامنه تابع $f(x) = [x] - [2x]$ برابر مجموعه جواب نامعادله $|2x - 3| < 2$ است. مجموع اعضای برد تابع f کدام است؟
([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۲
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

۱۳- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر $g(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۴- اگر $f(x) = g(4x - 2)$ باشد و توابع f و g یک به یک باشند، خط $y = \frac{x+2}{4}$ نمودار تابع $y = (f^{-1} \circ g)(x)$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ ($D_f = D_g = \mathbb{R}$)

- (۱) -۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) -۲
- (۴) ۱

۱۵- نمودار تابع $y = 3x - a |x - 2|$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند. حدود a کدام است؟

- (۱) $0 \leq a \leq 3$
- (۲) $a \leq 0$
- (۳) $-3 \leq a \leq 3$
- (۴) $a \geq -3$

۱۶- تابع وارون پذیر f مفروض است. با اعمال کدام تبدیل‌ها بر روی تابع $y = \frac{1}{3}f^{-1}(2+x)$ ، وارون تابع $y = f(2x)$ به دست می‌آید؟

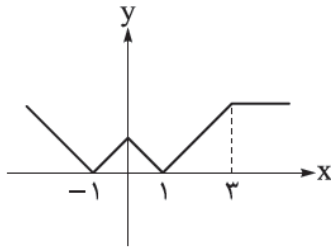
- (۱) انبساط افقی و انتقال عمودی
- (۲) انقباض افقی و انتقال عمودی
- (۳) انقباض عمودی و انتقال افقی
- (۴) انبساط عمودی و انتقال افقی

۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را نسبت به خطوط $x = 2$ و $y = 0$ قرینه می‌کنیم و سپس k واحد به بالا انتقال می‌دهیم.

اگر نمودار نهایی بر وارون خود منطبق باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $y = f(|x| + k)$ تابعی ثابت باشد. حدود k کدام است؟



(۱) $k \geq 3$

(۲) $0 \leq k < 3$

(۳) $-3 \leq k \leq 0$

(۴) $k \leq -3$

۱۹- توابع $f(x) = [x - 3] + [-x]$ و $g(x) = a + |x|$ مفروض است. اگر برد توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ یکسان باشد، مقدار $[\frac{-a}{3}]$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) -۳

(۱) -۴

۲۰- فرض کنید $f = \{(2, 1), (-1, 2), (1, 4)\}$ باشد. اگر $f \circ \frac{1}{f} = \frac{1}{g} \circ f^{-1}$ باشد، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

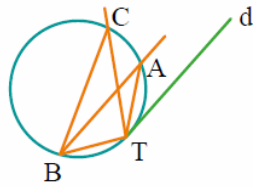
(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) -۱

(۱) ۱

هندسه ۲ - ۱۰ سوال - ۱۵ دقیقه:

۲۱- در شکل مقابل، خط d در نقطه T بر دایره مماس و با وتر AB موازی است. اگر AT با CB موازی و CT بر TB عمود باشد، زاویه‌ای که خط d با پاره خط TA می‌سازد، کدام است؟



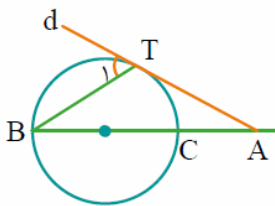
(۱) 15°

(۲) 30°

(۳) 20°

(۴) 40°

۲۲- در شکل مقابل، BC قطر و d خط مماس بر دایره در نقطه T است. اگر $\hat{T}_1 = 60^\circ$ باشد، \hat{A} کدام است؟



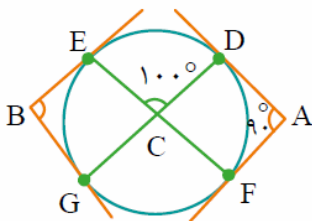
(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 25°

(۴) 15°

۲۳- در شکل مقابل، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. زاویه \hat{B} کدام است؟



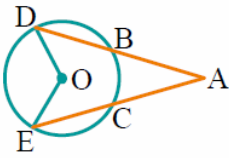
(۱) 110°

(۲) 80°

(۳) 70°

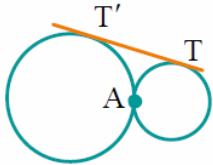
(۴) 90°

۲۴- در شکل مقابل، شعاع دایره است. زاویه $\hat{D}O\hat{E}$ کدام است؟



- (۱) 180°
- (۲) 150°
- (۳) 135°
- (۴) 120°

۲۵- در شکل مقابل، دو دایره در نقطه A مماس هستند و شعاع دایره بزرگتر ۴ برابر شعاع دایره کوچکتر است و $T'T$ مماس مشترک آنها است. زاویه TAT' کدام است؟

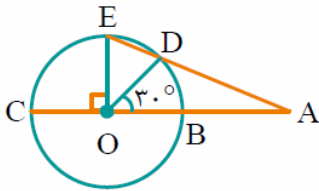


- (۱) 60°
- (۲) 75°
- (۳) 90°
- (۴) 120°

۲۶- طول مماس مشترک دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۱ برابر با ۴ می‌باشد. به مرکز دایره بزرگتر و به شعاع ۳ دایره‌ای رسم می‌کنیم. از مرکز دایره‌ای که شعاع آن ۱ است بر دایره به شعاع ۳ مماس رسم می‌کنیم. طول این مماس کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۸

۲۷- در شکل مقابل، $\hat{E}O\hat{C} = 3\hat{D}O\hat{B} = 90^\circ$ ، مرکز دایره و شعاع دایره R است. $AB \times AC$ کدام است؟

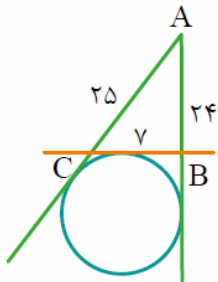


- (۱) R^2
- (۲) $2R^2$
- (۳) $3R^2$
- (۴) $4R^2$

۲۸- اضلاع یک مثلث به طول ۵، ۵ و ۶ می‌باشد. شعاع دایره محاطی داخلی آن کدام است؟

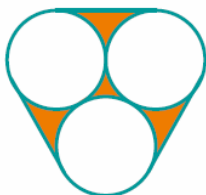
- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) ۳

۲۹- در شکل مقابل، از نقطه A دو مماس بر دایره رسم شده است و BC نیز بر دایره مماس است. شعاع این دایره کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۳۰- شکل مقابل، شامل ۳ دایره دو به دو مماس و مماس مشترک‌های خارجی آنها است. اگر شعاع دایره‌ها یک باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟



- (۱) $3 + \sqrt{3} - \pi$
- (۲) $6 + \sqrt{3} - 2\pi$
- (۳) $6 + \sqrt{3} - \pi$
- (۴) $3 + \sqrt{3} - 2\pi$

۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (الف) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جای ممکن از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده می‌شود.
 (ب) در انتقال توان الکتریکی، در انتهای مسیر و قبل از ورود به محل مصرف، مبدل کاهنده قرار می‌دهند تا ولتاژ را کاهش دهند.
 (ج) برای تغییرات ولتاژ از ژنراتور استفاده می‌شود.
 (د) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی جریان متناوب بر جریان مستقیم آن است که افزایش و کاهش ولتاژ جریان متناوب، ساده‌تر است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۲- در مولد جریان متناوب، در لحظه‌ای که اندازه‌ی آهنگ تغییر شار مغناطیسی، بیشینه است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه است و جریان الکتریکی متوسط در مدت‌زمان یک دوره است.

(۱) صفر - صفر (۲) صفر - مخالف صفر (۳) بیشینه - صفر (۴) بیشینه - مخالف صفر

۳۳- سیملوله‌ای داریم که از ۱۰۰۰ حلقه‌ی نزدیک به هم تشکیل شده است. اگر مساحت سطح مقطع این سیملوله برابر با 20cm^2 و طول آن برابر

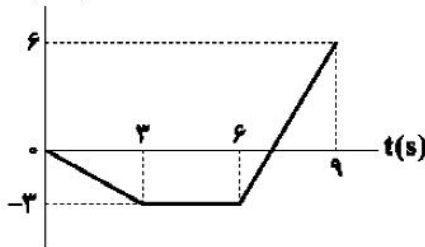
با 80cm باشد، ضریب القاوری آن چند میلی‌هانری است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۱) $1/5$ (۲) ۳ (۳) $4/5$ (۴) ۶

۳۴- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه‌ی رسانا برحسب زمان مطابق شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در این

حلقه در بازه‌ی زمانی $t = 2\text{s}$ تا $t = 7\text{s}$ ثغیه چند میلی‌ولت است؟

$\Phi(\text{Wb})$



(۱) ۲۰۰

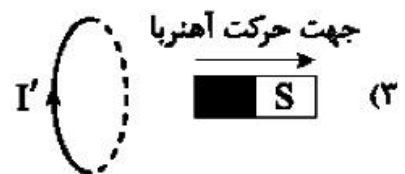
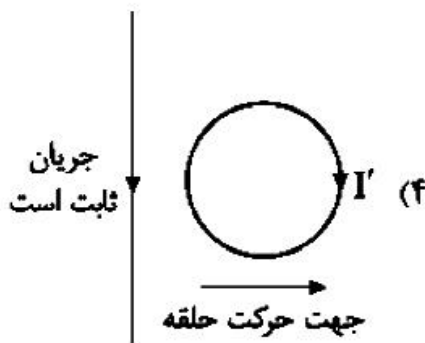
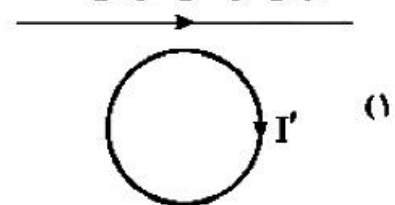
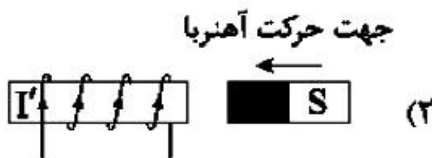
(۲) ۰/۲

(۳) ۴۰۰

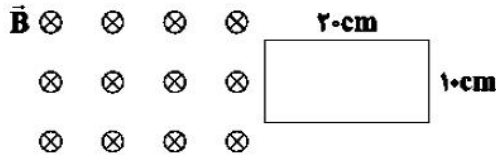
(۴) ۰/۴

۳۵- در کدام گزینه جهت جریان القایی (I') به درستی رسم شده است؟

جریان در حال افزایش است



۳۶- مطابق شکل زیر، یک قاب رسانای مستطیل شکل با تندی ثابت $2/5 \frac{cm}{s}$ در حال وارد شدن به میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به برگی $500G$ است. جهت جریان القایی در قاب و بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در آن از لحظه ورود به میدان تا لحظه ای که قاب به طور کامل در میدان قرار می گیرد، چند و نیت است؟

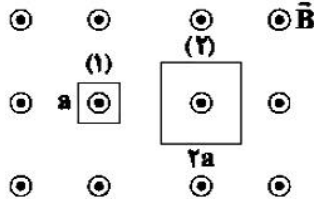


- (۱) ساعتگرد - $2/5 \times 10^{-4}$
- (۲) پادساعتگرد - $2/5 \times 10^{-4}$
- (۳) ساعتگرد - $1/25 \times 10^{-4}$
- (۴) پادساعتگرد - $1/25 \times 10^{-4}$

۳۷- سیملوله های A و B بدون هسته با سطح مقطع و تعداد دور یکسان هستند. اگر طول سیملوله A، دو برابر طول سیملوله B و جریان عبوری از سیملوله A نصف جریان عبوری از سیملوله B باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله A چند برابر انرژی ذخیره شده در سیملوله B است؟

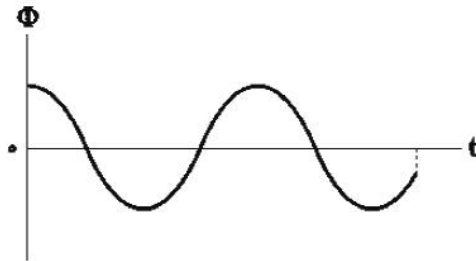
- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) $\frac{1}{16}$

۳۸- در شکل زیر، دو قاب فلزی مربعی شکل، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی در مدت $50ms$ از $8T$ بدون تغییر جهت به $2T$ می رسد. اگر در این مدت، نیروی محرکه القایی متوسط در قاب (۲)، $90mV$ بیشتر از نیروی محرکه القایی متوسط در قاب (۱) باشد، طول ضلع قاب (۱) چند سانتی متر است؟



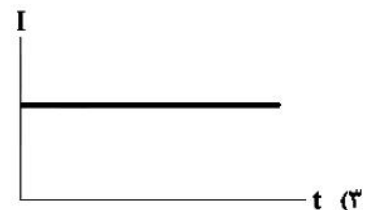
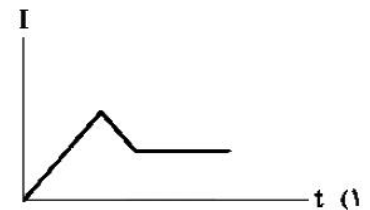
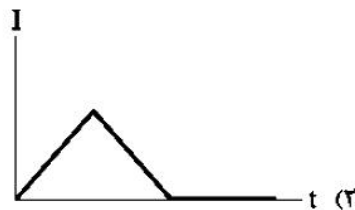
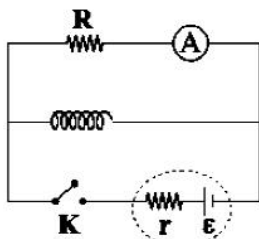
- (۱) $2/5$
- (۲) 5
- (۳) $7/5$
- (۴) 10

۳۹- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه رسانا بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا t چند بار جریان القایی عبوری از حلقه $\vec{I}_m +$ می شود؟



- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۴۰- با بستن کلید K در مدار شکل زیر، نمودار جریان گذرنده از آمپرسنج ایده آل چگونه تغییر می کند؟ (مقاومت الکتریکی الفاکر، ناچیز است.)



۴۱- X یک آنیون چند اتمی است که با مس ترکیبی با فرمول CuX ایجاد کرده است. اگر در ساختار لوویس این آنیون نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی برابر ۲ باشد، چه تعداد از آنیون‌های زیر می‌تواند آنیون X باشد؟

سولفات - نیترات - کربنات - هیدروکسید - فسفات - سولفیت (SO_3^{2-}) - نیتريت (NO_2^-)

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۴۲- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- یون کربنات فراوان‌ترین آنیون چند اتمی محلول در آب دریا است.
- برای شناسایی یون $Ba^{2+}(aq)$ می‌توان از آنیون نیترات استفاده کرد.
- در واکنش دو نمک محلول کلسیم کلرید و سدیم فسفات، غلظت یون‌های Na^+ و Cl^- در ابتدا و انتهای واکنش دچار تغییر نمی‌شود.
- برای حفظ سلامت دندان‌ها به آب آشامیدنی مقدار زیادی یون فلئورید می‌افزایند.
- به کمک فرایند تقطیر می‌توان تقریباً همهٔ مواد حل‌شده در آب را از آن جدا کرد.

۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۴۳- چه تعداد از ترکیب‌های زیر نادرست نام‌گذاری شده‌اند؟

- Cu_2O : مس (II) اکسید
- Ag_2S : نقره (I) سولفید
- N_2O : نیتروژن دی‌اکسید
- AlF_3 : آلومینیم تری‌فلئورید
- $(NH_4)_2CO_3$: آمونیوم کربنات
- $LiNO_3$: لیتیم نیترات

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

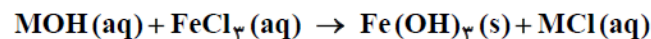
۴۴- در بین عبارتهای زیر چند عبارت درست است؟

- سدیم هیدروکسید جامد یک باز آرنیوس است.
 - اتیلن گلیکول محلول در آب یک باز آرنیوس است.
 - در محیط خنثی $[H^+] + [OH^-] = 0$ است.
 - در محلول ۰/۵ مولار HA با درجه یونش ۰/۵، مجموع غلظت یون‌ها با غلظت نهایی HA برابر است.
- ۱ (صفر) ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۴۵- ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی از هیدروکسید یک فلز قلیایی مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، به ۲L محلول آهن (III) کلرید افزوده می‌شود و پس از مصرف کامل آن، ۷۱/۳۳ گرم رسوب جامد قهوه‌ای‌رنگ بر جای می‌ماند. فلز M کدام یک از فلزات سدیم یا پتاسیم است و

غلظت محلول $FeCl_3$ چند مول بر لیتر بوده است؟ (چگالی محلول حاوی هیدروکسید فلز را $\frac{1}{12} \frac{g}{mL}$ در نظر بگیرید.)

($H = 1, O = 16, Na = 23, K = 39, Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$)



۰/۵ $\frac{mol}{L}$ -Na (۱) ۰/۵ $\frac{mol}{L}$ -K (۲) ۰/۳۳ $\frac{mol}{L}$ -Na (۳) ۰/۳۳ $\frac{mol}{L}$ -K (۴)

۴۶- یک واحد صنعتی، در هر ساعت حدود ۱۰L پساب وارد یک رودخانه می‌کند و آب رودخانه را به نیتریک اسید آلوده کرده است. یک فعال ماجراجوی محیط‌زیست به مدت ۵ ساعت مسیر پساب را عوض می‌کند و آن را وارد یک برکه آب خنثی به حجم ۲۰۰L آب اولیه می‌کند. پس از ۵ ساعت او غلظت نیتریک اسید (HNO₃) را در برکه ۱۰^{-۳} مولار برآورد می‌کند. غلظت نیتریک اسید در پساب کارخانه چند ppm است؟

($H = 1, O = 16, N = 14 : g \cdot mol^{-1}$) ($1 g \cdot mL^{-1} =$ چگالی آب رودخانه)

(۱) ۶۳ (۲) ۳۱/۵ (۳) ۶/۳ (۴) ۳۱۵

۴۷- ۲۴۴ گرم محلول سیر شده از یک نمک فرضی را از دمای ۱۰°C به دمای ۳۰°C رسانده‌ایم و ۴g رسوب ایجاد شده است. اگر درصد جرمی محلول

در دمای ۳۰°C برابر $\frac{100}{\rho}$ ٪ و معادله انحلال پذیری نمک بر حسب دما به صورت $S = a\theta + b$ باشد، حاصل $a \times b$ در کدام گزینه آمده است؟

(۱) ۲/۳ (۲) -۲/۳ (۳) ۳/۲ (۴) -۳/۲

۴۸- چند مورد از مقایسه‌های زیر در شرایط معین، درست هستند؟

■ نقطه جوش: $HBr > HF$ ■ انحلال پذیری در آب: $N_2 > O_2$
 ■ قدرت جاذبه‌های بین مولکولی: $NH_3 > PH_3$ ■ گشتاور دو قطبی: $H_2S > H_2O > CO_2$
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۸- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

الف) از بین مولکول‌های CO_2 ، SO_2 ، NF_3 ، HCl و $SiCl_4$ سه ترکیب در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

ب) استون و اتانول هر دو قطبی هستند و به خاطر جرم مولی بیشتر استون نسبت به اتانول، نقطه جوش استون بیشتر است.

پ) گاز دی متیل اتر (CH_3OCH_3) نسبت به گاز پروپان (C_3H_8) آسان تر مایع می‌شود.

ت) روند تغییرات نقطه جوش بر حسب عدد اتمی اتم مرکزی، در ترکیب‌های هیدروژن دار سه دوره اول گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ مشابه یکدیگر است.

ث) کربن مونوکسید نسبت به گاز نیتروژن دارای نیروی بین مولکولی قوی تری در شرایط یکسان است.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف»، «پ» و «ث» (۳) «ب»، «ت» و «ث» (۴) «پ»، «ت» و «ث»

۵۰- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

■ در غلظت مساوی، مجموع غلظت یون‌ها در بین محلول‌های آلومینیوم نیترات، سدیم هیدروکسید و باریم کلرید به صورت (آلومینیوم نیترات < باریم کلرید < سدیم هیدروکسید) است.

■ در شرایط یکسان، میزان انحلال پذیری گاز O_2 در محلول آب نمک بیشتر از آب مقطر است.

■ نیاز روزانه هر فرد به یون کلسیم دو برابر یون سدیم است و این یون برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است.

■ نفوذ آب به درون میوه‌های خشک مانند مویز، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.

■ روش‌های تقطیر و صافی کربن برای جداسازی ترکیب‌های آلی فرار از آب عملکرد مشابهی دارند.

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴